

# MUSIC 法における素子位置誤差の等価 SNR 表現

石浦 希美 堀 俊和 藤元 美俊

福井大学 工学部 〒910-8507 福井市文京 3-9-1

E-mail: ishiura@wireless.fuis.fukui-u.ac.jp, {hori, fujimoto}@fuis.fuis.fukui-u.ac.jp

**あらまし** アレーアンテナを用いた信号の到来方向推定法にはさまざまな方法がある。しかし、これらの手法では、アンテナ製作誤差などによりアンテナ素子が正確な位置からずれて配置されると、ステアリングベクトルに歪みが生じ、到来方向の推定精度が劣化する。本報告では、MUSIC 法を例として、アンテナ素子の位置誤差によるステアリングベクトルの歪みが、到来方向の推定誤差に与える影響について検討した結果を述べる。さらに、アンテナ素子の位置誤差と入力 SNR の関係について検討し、位置誤差は、誤推定率を媒介変数として「等価 SNR」として表現できることを示している。

**キーワード** 到来方向推定, MUSIC 法, 位置誤差, 等価 SNR

## Equivalent SNR Expression for Location Error of Elements on MUSIC Algorithm

Nozomi ISHIURA Toshikazu HORI Mitoshi FUJIMOTO

Faculty of Engineering, University of Fukui, 3-9-1, Bunkyo, Fukui, 910-8507 Japan

E-mail: ishiura@wireless.fuis.fukui-u.ac.jp, {hori, fujimoto}@fuis.fuis.fukui-u.ac.jp

**Abstract** There are various methods of direction-of-arrival (DOA) estimation. In these methods, however, accuracy of DOA estimation is decreased because of distortion of steering vector due to location error of elements. In this paper, using computer simulations with MUSIC algorithm as example, results that steering vector distortion due to location error of elements causes DOA estimation error are described. In addition, the relation between the location error of elements and input SNR is discussed. Furthermore, it is shown that the location errors are expressed as equivalent SNR by using probability of incorrect estimation as a parameter.

**Keyword** DOA Estimation, MUSIC Algorithm, Location Error, Equivalent SNR

## 1. まえがき

信号の到来方向推定法として、ビームフォーマ (beamformer) 法, Capon 法, 線形予測法 (Linear Prediction), MUSIC(Multiple Signal Classification)法, ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)法などがあり, これらの方法は, いずれもアレーアンテナを用いて到来方向を推定する手法である[1]. これらの手法は, アンテナの素子位置は既知として到来方向推定を行うものであるが, 実際には, アンテナ製作の際に必ず誤差が生じるため, 素子が正確な位置からずれて配置されることになる. そのため, 到来方向の推定にも誤差が生じる, すなわち到来方向を誤って推定してしまうことになる[2][3].

本報告では, MUSIC 法を例として, 到来方向の推定精度に対するアンテナ素子の位置誤差の影響を確認し, 所望の推定精度を得るための許容位置誤差について, シミュレーションにより検討する. さらに, 素子の位置誤差が到来方向の誤推定率を媒介変数として「等価 SNR」として表現できることを示す.

以下, 2 章では, 本報告で用いた解析モデルを示し, 3 章では, シミュレーションにおける適当な試行回数について検討する. 4 章では, シミュレーションによるアンテナ素子の位置誤差が到来方向の推定精度に与える影響について確認し, 5 章では, シミュレーションの結果より, 位置誤差と入力 SNR が一つの関係で表せることを示す.

## 2. 解析モデルと評価方法

図 1 に素子数  $N$ , 素子間隔  $d$  のリニアアレーを示す. 第 1 番目の素子は正確な位置にあるものとし, 第 2 番目以降の素子, 第  $N$  素子が, 本来の位置から  $\Delta d_n$  だけずれているものとして, MUSIC 法を用いて到来方向のシミュレーションを行った. また, 本来の素子間隔  $d$  は  $0.5\lambda$  とし, 位置誤差  $\Delta d_n$  は, 平均  $\mu$ , 標準偏差  $\sigma$  に従う正規乱数とした. 推定した到来方向が真の到来方向と異なる場合, 推定に失敗した, すなわち誤推定となる. ここでは, 推定した到来方向と真の到来方向との差  $\Delta\theta$  が, 許容推定誤差  $\Delta\theta_p$  より大きくなる場合を誤推定と判定した. さらに, 素子位置誤差が上記分布に従うものとして試行を繰り返し,  $\Delta\theta$  が許容推定誤差  $\Delta\theta_p$  より

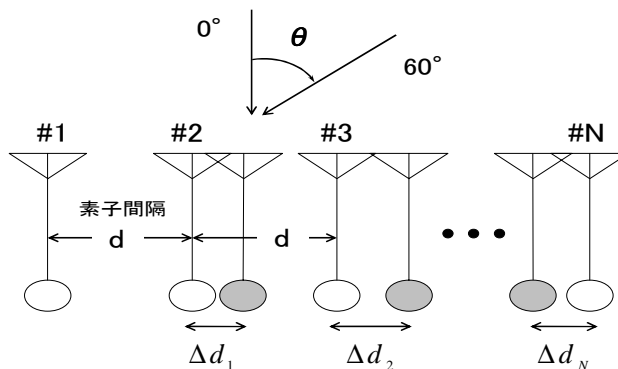


図 1 シミュレーションに用いたアンテナ素子

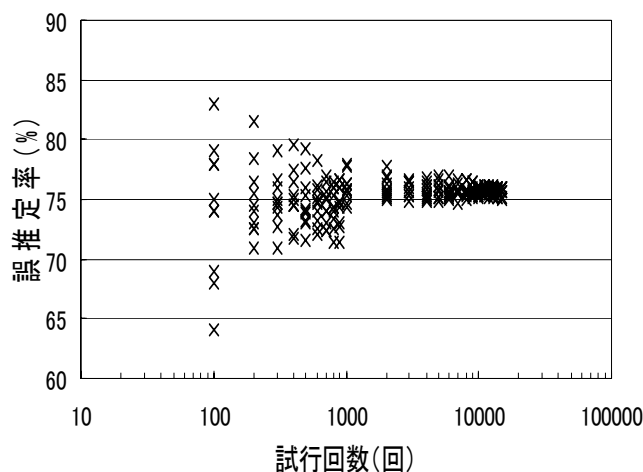


図 2 試行回数と誤推定率 ( $N=5, \Delta\theta_p = 0.5^\circ$ )

大きくなる確率を誤推定率と定義して, これを本検討における評価指標とした. なお本報告では, 到来波数を 2 波とし, 第 1 波の到来方向を  $\theta_1 = 0^\circ$ , 第 2 波の到来方向を  $\theta_2 = 60^\circ$  とした. また, ここでは平均  $\mu = 0\%$  とした.

本報告では, 第 2 波の誤推定率について検討した結果を示す.

## 3. 試行回数

はじめに, 適切な試行回数を決定するため, 試行回数を変化させて誤推定となる確率, すなわち誤推定率を求めた. このとき, 同じ試行回数におけるシミュレーションを繰り返し 10 回行い, それぞれの誤推定率を比較することで, 誤推定率の信頼性を検討した. また, 素子数  $N$  が多くなることで, 適切な試行回数は異なると予測されるため,  $N$  を 3, 4, 5 と変化させた.  $N=5$  のときの結果を図 2 に示す. 図 2 において, 横軸は試行回数を表し, 縦軸は誤推定率を表している. グラフから, 試行回数が

少ないと、求めた誤推定率の値がシミュレーションごとに大きく変動してしまうといえる。試行回数が8000回するとき、誤推定率の差がほぼ±1%の範囲に収まっており、試行回数として適切な値であることが分かる。そこで、より少ない計算量でシミュレーションの結果を得るために、試行回数を8000回とし、誤推定率を求めることとした。

#### 4. 推定誤差に対する位置誤差の影響

アンテナ素子の位置誤差を変化させて誤推定率がどのように変化するかを検討した。はじめに、素子数を  $N=3$  とし、入力 SNR を  $0\sim 40\text{dB}$  と変化させた場合の誤推定率を図 3,4 にそれぞれ示す。図 3,4 ともに、横軸は入力 SNR、縦軸は誤推定率、そしてパラメータは許容推定誤差を表している。

図 3 は、 $\sigma=0\%$  のとき、すなわち位置誤差がない状態における誤推定率である。入力 SNR が大きくなると、誤推定率は低くなり、到来方向を正確に推定できるが、入力 SNR が小さくなるにつれて、誤推定率が高くなること分かる。

一方、図 4 は、 $\sigma=3\%$  のとき、すなわち位置誤差がある状態における誤推定率である。素子に位置誤差があると、入力 SNR が大きい領域において誤推定率にフロアが生じ、入力 SNR を大きくしても到来方向の推定精度は向上しないということが分かる。

次に、素子数を変化させたときの誤推定率を求めた。このとき、 $\sigma=3\%$ 、許容推定誤差  $\Delta\theta_p=1.5^\circ$  とした。結果を図 5 に示す。横軸は入力 SNR、縦軸は誤推定率、またパラメータは素子数を表している。素子数を多くすると、誤推定率は低くなるが、素子の位置誤差がある状態では、入力 SNR が大きい領域においてフロアが生じていることは上記と同様である。

以上より、素子に位置誤差がある状態では、入力 SNR を大きくしたり、素子数を増やしたりすることで、到来方向の誤推定を少なくすることはできるが、完全にはなくなることが分かった。

#### 5. 位置誤差に対する等価 SNR 表現

まず、ここでは、素子位置誤差と入力 SNR の関係について考える。図 4 より、入力 SNR=40dB のときの誤推定率を求め、その値が  $\sigma=0\%$  の誤推定率の値と一致す

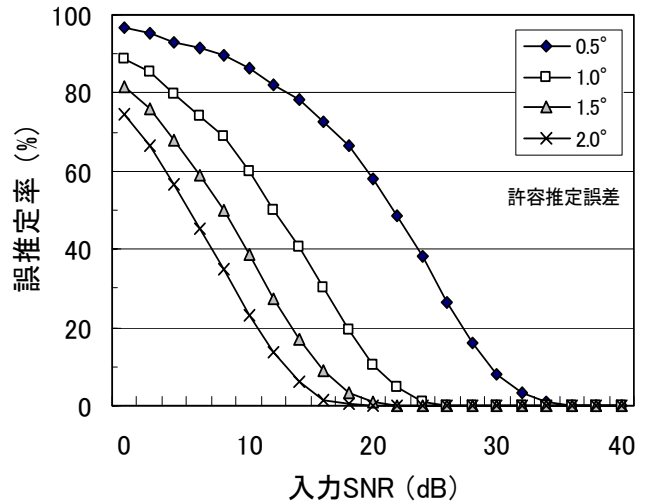


図 3 入力 SNR と誤推定率 ( $N=3$ ,  $\sigma=0\%$ )

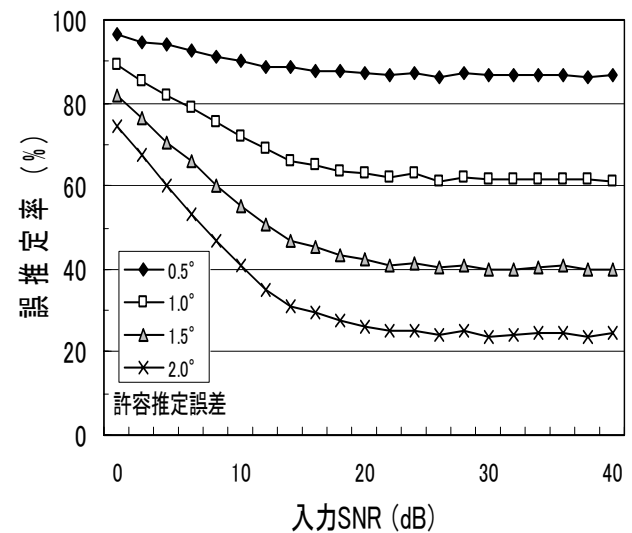


図 4 入力 SNR と誤推定率 ( $N=3$ ,  $\sigma=3\%$ )

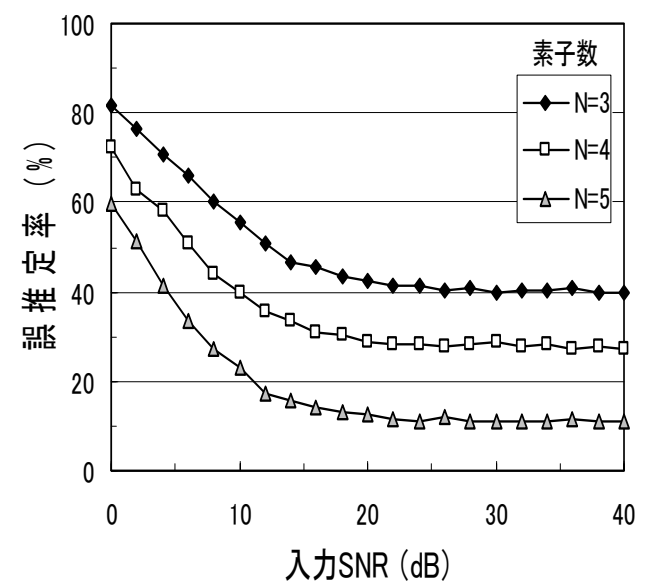


図 5 入力 SNR と誤推定率 ( $\sigma=3\%$ ,  $\Delta\theta_p=1.5^\circ$ )

するときの入力 SNR を求めた. 例えば, 図 4 において, 入力 SNR=40dB,  $\Delta\theta_p = 1.5^\circ$  のときの誤推定率は 40%である. 図 3 において同一の誤推定率となるのは入力 SNR が 10dB のときである. これは,  $\sigma = 3\%$  の素子位置誤差が 入力 SNR 10dB のときの熱雑音に匹敵していることを示している.

さらに  $\Delta\theta_p$  および  $\sigma$  変化させて同様のことを行った. 結果を図 6 に示す. 横軸は, 位置誤差  $\sigma$ , 縦軸は入力 SNR, またパラメータは許容推定誤差を表している. 図 6 より, 素子の位置誤差から生じる推定精度の劣化と入力 SNR の低下から生じる推定精度の劣化は, 1 つの線で表すことができ, 許容推定誤差には全く依存しないことが分かる. これは, MUSIC 法における到来方向の推定誤差に関して, 素子の位置誤差は, 入力 SNR の劣化と等価であることを意味している. そこで, 素子の位置誤差が誤推定に関してどの程度の入力 SNR に相当するかを表す量として「等価 SNR」と定義した. グラフより, 位置誤差  $\sigma$  が 1.5% のときの等価 SNR は, 約 15dB ということになる.

さらに, 素子数を 3, 4, 5 と変化させて, 等価 SNR について求めた. 結果を図 7 に示す. 横軸は位置誤差  $\sigma$ , 縦軸は入力 SNR, またパラメータは素子数を表している. グラフより, 入力 SNR と位置誤差は, ほぼ 1 対 1 の関係にあり, 素子数にも依存しないということが分かる. また, 入力 SNR を 15dB に抑えるためには, 位置誤差  $\sigma$  は約 1.5% まで許容できるということがいえる.

以上より, MUSIC 法においてはアンテナ素子の利得の向上や低雑音化による入力 SNR の向上だけでなく, 素子位置精度の向上も重要であることがいえる.

## 6. むすび

MUSIC 法におけるアンテナ素子の位置誤差の影響について検討した. 素子の位置誤差と入力 SNR は, 到来方向の誤推定率を媒介変数として, 許容推定誤差に依存せずほぼ 1 対 1 の関係にあり, 素子の位置誤差は等価 SNR として表現できることを示した. また, 素子数を変化させても, 素子の位置誤差と入力 SNR の関係は, 変化しないことが分かった. 今後, 他の推定法や他のアレー配置においても同様に, 位置誤差が等価 SNR として表現できるか検討を進めていく.

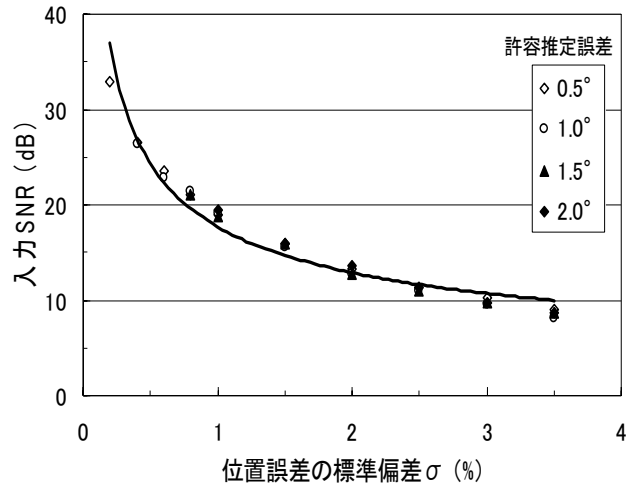


図 6 位置誤差 と入力 SNR の関係 (N=3)

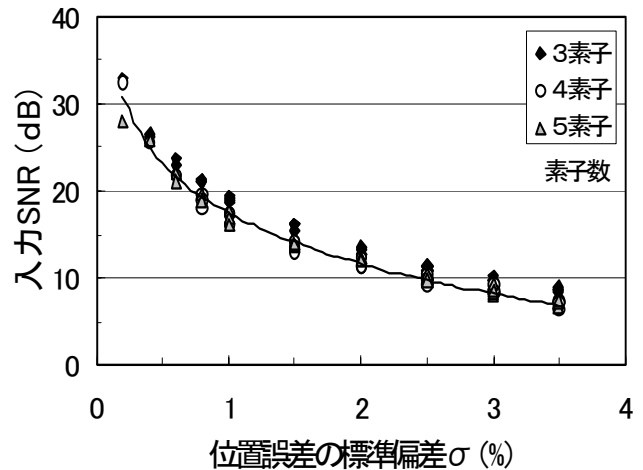


図 7 位置誤差 と入力 SNR の関係

## 参考文献

- [1] 菊間信良, “アレーアンテナによる適応信号処理”, 科学技術出版, 1998.
- [2] 皆川晃, 松本正, “ステアリングベクトル歪みによる到来方向推定誤差とその補正効果”, 信学技報, AP2000-133, pp.43-50, Oct. 2000.
- [3] 井上祐樹, 新井宏之, “ESPRIT 法における到来方向推定への相互結合及びアレー作製誤差の影響の検討”, 信学論 B, J86-B, 10, pp.2145-2152, Oct. 2003.